

۱۶ دوره سؤالات نهایی ریاضی و آمار ۳ به صورت درس به درس همراه درسنامه مختصر و پاسخنامه

(درس ۱ فصل ۱)

مبحث: شمارش، جایگشت، ترکیب و ترتیب

اصل جمع: اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $m + n$ طریق می توان عمل اول یا عمل دوم را انجام داد

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله ی اول و دوم انجام پذیرد طوری که در مرحله ی اول به m طریق و در مرحله ی دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام پذیر خواهد بود.

فاکتوریل: برای عدد صحیح و مثبت n ، n فاکتوریل که آن را به صورت $n!$ نشان می دهیم به صورت زیر تعریف می شود:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

جایگشت: نحوه قرار گرفتن اشیا در کنار هم را جایگشت می نامیم.

نکته: تعداد جایگشت های n شی متمایز برابر $n!$ است

در انتخاب k از n شیء متمایز دو حالت وجود دارد:

الف) اگر اولویت (تقدم و تاخر) اشیاء مهم باشد این نوع انتخاب را ترتیب می نامند و تعداد حالت های آن را از فرمول زیر به دست می آوریم.

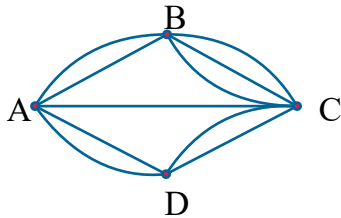
$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ب) اگر اولویت (تقدم و تاخر) اشیاء مهم نباشد، این نوع انتخاب را ترکیب می نامیم و تعداد حالت های آن از فرمول زیر به دست می آید:

$$c(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

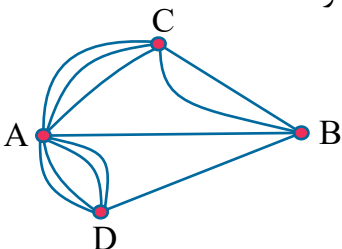
نکته: تعداد زیر مجموعه های k عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با: $\binom{n}{k}$

۱	با ارقام ۳، ۲، ۷، ۹، ۴، ۸ چند عدد سه رقمی زوج، بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۱۴۰۲ خرداد
۲	درستی یا نادرستی جمله زیر را مشخص کنید. الف) تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است.	۱۴۰۲ خرداد
۳	با حروف کلمه "کوهستان" و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی معنی) الف) چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت؟ ب) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که با "ک" شروع و به "س" ختم شوند؟	۱۴۰۲ شهریور
۴	میان چهار شهر A، B، C و D راه هایی وجود دارد. به چند طریق می توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟	۱۴۰۲ شهریور

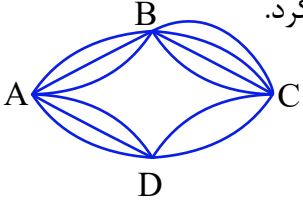


شهریور ۱۴۰۲	جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. حاصل $۲! + ۳!$ برابر است با	۵
دی ۱۴۰۲	با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد چهاررقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می توان نوشت؟	۶
دی ۱۴۰۲	دانش آموزی برای مطالعه به کتابخانه مدرسه می رود. او از بین ۴ کتاب روان شناسی، ۳ کتاب جغرافی و ۵ کتاب ریاضی به چند طریق می تواند: الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند. ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب روان شناسی و یک کتاب جغرافی انتخاب نماید.	۷
دی ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $۰! = ۰$ و $۱! = ۱$ تعریف می کنیم. (درست - نادرست)	۸
دی ۱۴۰۱	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می توان نوشت؟	۹
دی ۱۴۰۱	مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید: الف) A چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ ب) A چند مجموعه ۴ عضوی که شامل دو عضو b و c می باشد دارد؟	۱۰
دی ۱۴۰۱	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. تعداد جایگشت های مختلف ۴ کتاب متمایز می باشد.	۱۱
شهریور ۱۴۰۱	با ارقام ۱ تا ۹ چند عدد چهاررقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۱۲
شهریور ۱۴۰۱	علی ۳ کتاب علمی و ۴ کتاب داستانی دارد. او می خواهد از بین کتاب هایش، یک کتاب علمی و یک کتاب داستانی به دوستش هدیه دهد. او به چند طریق می تواند این کار را انجام دهد؟	۱۳
شهریور ۱۴۰۱	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. حاصل $\frac{۵!}{۳!}$ برابر است.	۱۴

۱۴۰۱ خرداد	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر ۲! است.	۱۵
۱۴۰۱ خرداد	مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت $\binom{5}{3}$ باشد.	۱۶
۱۴۰۰ دی	می‌خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یک میوه انتخاب کنیم، به چند طریق می‌توانیم این میوه را انتخاب کنیم؟	۱۷
۱۴۰۰ دی	با حروف کلمه "مهرسان" و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی‌معنی)؛ الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت. ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با "م" شروع می‌شوند.	۱۸
۱۴۰۰ دی	جای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. هر حالت از کنارهم قرار گرفتن ۷ شیء متمایز را یک جایگشت از آن ۷ شیء می‌نامیم.	۱۹
۱۴۰۰ شهریور	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۲۰
۱۴۰۰ شهریور	از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک متمایز و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان: الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد. ب) یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.	۲۱
۱۴۰۰ خرداد	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) حاصل $\frac{6!}{3!}$ کدام است؟ ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۴) ۱۲۰ (۳)	۲۲

<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید. (ب) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می توان تشکیل داد؟</p> <p>(۱) ۴۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵۶</p>	<p>۲۳</p>
<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید. (پ) حاصل عبارت $P(2,2)$ کدام است؟</p> <p>(۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴</p>	<p>۲۴</p>
<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>بین چهار شهر A و B و C و D مطابق شکل زیر راههایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟</p> 	<p>۲۵</p>
<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف) برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت $0! =$ تعریف می کنیم.</p>	<p>۲۶</p>
<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (ب) اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به طریق انجام پذیر است.</p>	<p>۲۷</p>
<p>خررداد ۱۴۰۰</p>	<p>جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (پ) تعداد جایگشت های n تایی از n شیء برابر با است.</p>	<p>۲۸</p>

دی ۱۳۹۹	با ارقام ۹، ۷، ۴، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۲۹
دی ۱۳۹۹	مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می تواند: (الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟ (ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟	۳۰
دی ۱۳۹۹	جای خالی را عبارت مناسب تکمیل کنید. تعداد جایگشت های n تایی از n شیء متمایز، برابر است با	۳۱
شهریور ۱۳۹۸	جای خالی را عبارات مناسب تکمیل کنید. حاصل عبارت $\binom{9}{6}$ است.	۳۲
شهریور ۱۳۹۸	جای خالی را عبارات مناسب تکمیل کنید. تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر با است.	۳۳
شهریور ۱۳۹۹	مجموعه ۸ عضوی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟	۳۴
شهریور ۱۳۹۹	می خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم. به چند طریق می توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟	۳۵
شهریور ۱۳۹۹	با حروف کلمه "خورشید" و بدون تکرار حروف (بامعنی یا بی معنی): (الف) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به "د" ختم شوند؟ (ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با "ی" شروع و به "خ" ختم شوند؟	۳۶
شهریور ۱۳۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $0! = 1$ و $1! = 1$ تعریف می کنیم.	۳۷

<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>مطابق شکل زیر، بین شهرهای A، B، C و D راه‌هایی وجود دارد که همه دوطرفه‌اند. مشخص کنید به چند روش می‌توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد.</p> 	<p>۳۸</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟</p>	<p>۳۹</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟</p>	<p>۴۰</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>به چند طریق می‌توان ۳ توپ هم‌رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟</p>	<p>۴۱</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>با ارقام ۱، ۲، ۴، ۶، ۸، ۹، ۷ می‌توان نوشت؟</p>	<p>۴۲</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب انتخاب کرد؟</p>	<p>۴۳</p>
<p>خرداد ۱۳۹۹</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. $\frac{6!}{3!} = 2!$ همواره برقرار است.</p>	<p>۴۴</p>
<p>دی ۱۳۹۸</p>	<p>با حروف کلمه "ولایت" چند ترتیب چهارحرفی مختلف می‌توان ساخت؟ (بی‌معنی و بامعنی)</p>	<p>۴۵</p>
<p>دی ۱۳۹۸</p>	<p>مجموعه پنج‌عضوی $\{1, 2, 4, 6, 8\}$، چند زیرمجموعه دوعضوی دارد؟</p>	<p>۴۶</p>
<p>شهریور ۱۳۹۸</p>	<p>به چند طریق می‌توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی چهاررقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست).</p>	<p>۴۷</p>

شهریور ۱۳۹۸	به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟	۴۸
خرداد ۱۳۹۸	مجموعه هشت عضو $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیرمجموعه سه‌عضوی دارد؟	۴۹
دی ۱۳۹۷	ارقام ۱ تا ۹ مفروض‌اند: (بدون تکرار ارقام) الف) چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟ ب) چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟	۵۰

پاسخ نامه سؤالات

درس ۱ فصل ۱

مبحث: شمارش، جایگشت، ترکیب و ترتیب

$۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$	۱
	۲ (الف) نادرست
$۷! یا ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$ یا $۵ \cdot ۴ \cdot ۰$ $۱ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$	۳ (الف) (ب)
$(۲ \times ۳) + ۱ + (۲ \times ۲) = ۱۱$	۴
	۵ (الف) ۸
$\left\{ \begin{array}{l} \text{رقم یکان صفر} : ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۶۰ \\ \text{رقم یکان ۵} : ۴ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۴۸ \end{array} \right. \Rightarrow ۶۰ + ۴۸ = ۱۰۸$	۶
	۷ (الف) حالت $۴ + ۳ + ۵ = ۱۲$ (ب) حالت $۴ \times ۳ \times ۵ = ۶۰$
	۸ (الف) نادرست (ب) نادرست (پ) نادرست (ت) درست

$\left\{ \begin{array}{l} \underline{6} \ \underline{5} \ \underline{1} \Rightarrow 30 \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \underline{5} \ \underline{5} \ \underline{3} \Rightarrow 75 \\ \quad \quad \quad 2,4,6 \end{array} \right. \Rightarrow 30 + 75 = 105$	۹
$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$	الف) ۱۰ ب)
$4! = 24$	۱۱
$P(9,4) = \frac{9!}{5!} = 3024$ یا $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$	۱۲
$3 \times 4 = 12$	۱۳
<p>برابر ۲۰ است.</p>	۱۴
<p>نادرست</p>	۱۵
<p>تمام مسائلی که انتخاب ۳ از ۵ باشند، به طوری که ترتیب در انتخاب آن‌ها اهمیت نداشته باشد. مانند: به چند طریق می‌توان از بین ۵ کتاب، ۳ کتاب را انتخاب کرد؟</p>	۱۶
$\binom{9}{1} = 9$	۱۷
$6 \times 5 \times 4 = 120$ $1 \times 5 \times 4 = 20$	الف) ۱۸ ب)

	۷ تایی	۱۹
$5 \times 4 \times 3 = 60$		۲۰
$\binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9$ $\binom{3}{1} = 3$	(الف) (ب)	۲۱
$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$	(الف) گزینه «۳»	۲۲
$\binom{8}{3} = 56$	(ب) گزینه «۴»	۲۳
$P(2,2) = \frac{2!}{(2-2)!} = \frac{2!}{0!} = 2$	(پ) گزینه «۳»	۲۴
$3 \times 4 = 12$		۲۵
	(الف) ۱	۲۶
	(ب) $m \times n$	۲۷
	(پ) $n!$	۲۸
$3 \times 4 \times 3 = 36$		۲۹

$3 + 2 + 4 = 9$ $3 \times 2 \times 4 = 24$	(الف) (ب)	۲۶
$n!$		۲۷
$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$		۲۸
$\binom{10}{1} + \binom{12}{1} + \binom{6}{1} = 10 + 12 + 6 = 28$		۲۹
$5 \times 4 \times 1 = 20$ $1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$	(الف) (ب)	۳۰
	$n!$	۳۱
	۸۴	۳۲
$n!$		۳۳
$C(8, 3) = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 6} = 56$		۳۴
$\binom{10}{1} + \binom{12}{1} + \binom{6}{1} = 10 + 12 + 6 = 28$		۳۵
$5 \times 4 \times 1 = 20$ $1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$	(الف) (ب)	۳۶

درست	۳۷
$3 \times 4 = 12$, $3 \times 2 = 6 \Rightarrow 12 + 6 = 18$	۳۸
$C(7,3) = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{6 \times 4!} = 35$	۳۹
$C(5,2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$	۴۰
$\binom{5}{2} + \binom{4}{3} = \frac{5!}{3!2!} + \frac{4!}{3!1!} = 14$	۴۱
$7 \times 6 \times 5 = 210$	۴۲
$C(9,4) = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{24 \times 5!} = 126$	۴۳
نادرست	۴۴
$P(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120$ یا $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$	۴۵
$C(5,2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10$	۴۶
$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$	۴۷

$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = 56$	۴۸
$C(8,3) = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 6} = 56$	۴۹
$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120 \quad (1)$ $8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344 \quad (1)$	الف) ۵۰ ب)

جهت تهیه جزوه کل کتاب به سایت ریاضی کده سر بزنید

www.riazikade.com

یا به شماره زیر پیام دهید

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی